Dépendances Fonctionnelles et Normalisation

Ce document est basé sur les supports de cours de Rosine CICCHETTI.

1. Dépendances fonctionnelles

Définition 1 : Dépendance Fonctionnelle (DF)

Soit R(U) une relation avec U l'ensemble de ses attributs.
Soit X, Y $\subseteq$ U, i.e X et Y sont deux attributs ou ensemble d'attributs de R.
On dit qu'il existe une DF entre X et Y (ou que X détermine Y ou encore que Y est déterminé par X), notée $X \rightarrow Y$ si et seulement si :
$\forall$ t1 et t2, deux tuples de R, si t1[X] = t2[X] alors t1[Y] = t2[Y]
Pour une DF $X \rightarrow Y$, X est la source et Y la cible.

Exemple : Considérons l'extension suivante de la relation R

R	A	B	C
	a1	b1	c1
	a1	b1	c2
	a2	b2	c2

Quelles sont les DF existant dans R ?

Dans une relation, tout attribut est en DF avec la clef primaire

Question : Pourquoi en est-on sûr ?

Définition 2 : Clef possible ou clef candidate

Soit R(U) une relation et $X \subset U$.

X est une clef possible ou candidate si et seulement si on a $X \rightarrow Y$ où $Y = U - X$ (i.e. le complémentaire de X dans U).

La clef primaire d'une relation doit être choisie dans l'ensemble des clefs possibles de la relation.
S'il n'y en a aucune, tous les attributs de la relation constituent sa clef. On parle alors de relation « toute clef ».

Exemple : ETUDIANT avec NUM_ET et NUM_SECU.

Propriétés des DF : X et Y sont deux ensembles d'attributs.

Réflexivité	Si $Y \subseteq X$	alors $X \rightarrow Y$ (et donc $X \rightarrow X$)
Augmentation	Si $X \rightarrow Y$ et $W \subseteq Z$	alors $X, Z \rightarrow Y, W$
Transitivité	Si $X \rightarrow Y$ et $Y \rightarrow Z$	alors $X \rightarrow Z$
Pseudo-transitivité	Si $X \rightarrow Y$ et $Y, Z \rightarrow W$	alors $X, Z \rightarrow W$
Union	Si $X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z$	alors $X \rightarrow Y, Z$
Décomposition	Si $X \rightarrow Y, Z$	alors $X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z$

Définition 3 : Dépendance Fonctionnelle Totale (DFT)

Soit R(U) une relation, $X, Y \subset U$ et $X \rightarrow Y$.

On a une DFT entre X et U, $X \rightarrow$ (DFT) Y, si et seulement si $\forall X' \subset X$, $X' \rightarrow Y$ n'est pas vérifiée.

Définition 4 : Clef minimale

Soit R(U) une relation, $X \subset U$ et X est une clef de R.

On dit que X est une clef minimale de R si et seulement si $\forall X' \subset X$, X' n'est pas une clef de R.

2. Théorie de la normalisation

La normalisation permet de garantir que le schéma relationnel est un bon schéma, i.e. a de bonnes propriétés.

Exemple de mauvais schéma. Considérons la relation ENSEIGNANT suivante :

ENSEIGNANT	NUMERO	NOM	CATEGORIE	CLASSE	SALAIRE
	1	Dupont	Maître de Conférences	1	12000
	2	Martin	Maître de Conférences	1	12000
	3	Smith	Professeur	2	17000
	4	Dupont	Assistant	1	10000
	5	Durant	Assistant	1	10000

On a en fait la contrainte suivante : tous les enseignants de même catégorie et de même classe gagent le même salaire, i.e. :

CATEGORIE, CLASSE $\rightarrow$ SALAIRE

Il y a dans cette relation redondance de données. Ceci conduit à des anomalies de stockage (anomalies lors des opérations de mise à jours).

- **Anomalie de modification** :
  S'il y a une modification du salaire pour MC 1^{ere} classe, on fait autant d'opérations de modification qu'il y a d'enseignant de cette catégorie et de cette classe.
- **Anomalie d'insertion** :
  Pour pouvoir stocker le salaire des MC 2eme classe, il faut qu'il y ait au moins un enseignant dans cette catégorie et de cette classe.
- **Anomalie de suppression** :
  Si l'unique professeur de 2eme classe part, on perd l'information sur le salaire des professeurs de classe 2.

> L'objectif de la normalisation est d'éliminer les anomalies de stockage, i.e. d'éliminer la redondance.

La normalisation consiste à éclater une relation en plusieurs. Elle comprend plusieurs étapes :1 NF, 2 NF, 3NF et 3 BCNF (…)

Première Forme Normale (1 NF)

Une relation est en 1 NF, si tous ses attributs sont atomiques (mono-valués).

Exemples de relation non 1 NF :

ETUDIANT

NUM	NOM	PRENOM
1	Dupont	Pierre Jean
2	Durand	Marie
3	Dupré	Sylvie Claudine Claire

LIVRE

CODE	TITRE	AUTEUR
100	L'art des BD	Miranda Busta

Comment normaliser en 1 NF ?

Solutions :

1ère solution : Créer autant d'attributs que le nombre maximum de valeurs de l'attribut multi-valué (stockage horizontal).

Exemple :

ETUDIANT

NUM	NOM	PRENOM1	PRENOM2	PRENOM3
1	Dupont	Pierre	Jean	*NULL*
2	Durand	Marie	*NULL*	*NULL*
3	Dupré	Sylvie	Claudine	Claire

2ème solution : Créer une nouvelle relation comportant la clef de la relation initiale et l'attribut multi-valué puis éliminer l'attributs multi-valué de la relation initiale (stockage vertical).

Exemple :

LIVRE

CODE	TITRE
100	L'art des BD

AUTEURS

CODE	AUTEUR
100	Miranda
100	Busta

Remarque : on vient de faire apparaître un couple clef primaire/clef étrangère

Inconvénients :

Solution 1 : stockage de valeurs nulles, impossibilité de stocker plus de valeur que prévu

Solution 2 : opération de jointure, lourdeur des auto-jointures

Avantages :

Solution 1 : tout est dans la même relation (pas de jointure)

Solution 2 : pas de valeur nulle, pas de limite au stockage

Préférer :

Solution 1 : quand le nombre de valeurs de l'attributs multi-valué est constant ou que le nombre max de valeur est faible (très peu de valeurs nulles)

Solution 2 : dans les autres cas

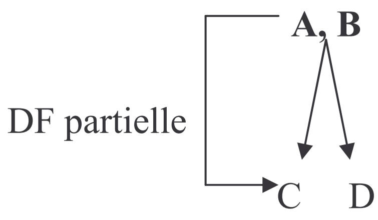
Deuxième Forme Normale (2 NF)

Une relation est en 2 NF si et seulement si :

- Elle est en 1 NF
- Tout attribut n'appartenant pas à la clef primaire est en DF totale avec la clef primaire.

Exemple de relation non 2 NF
ENSEIGNEMENT(**NUM, CODE_MATIERE**, NOM, VOLUME_HORAIRE)
avec NUM → NOM

Graphiquement :



Comment normaliser en 2 NF

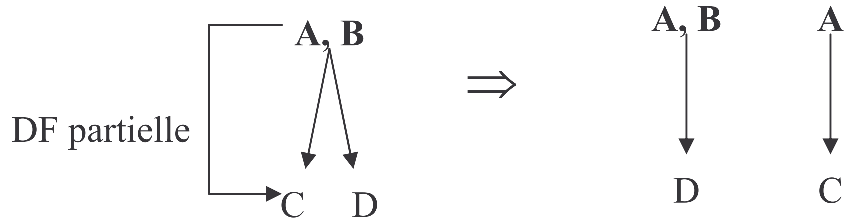
- Isoler la DF partielle dans une nouvelle relation
- Eliminer l'attribut cible de la DF de la relation initiale

Exemple :
ENSEIGNEMENT(**NUM, CODE**, VOLUME_HORAIRE)
ENSEIGANT(**NUM**, NOM)

Remarque : un couple clef primaire/clef étrangère est apparu

Une relation en 1 NF dont la clef est mono-attribut est forcément en 2 NF

Graphiquement :



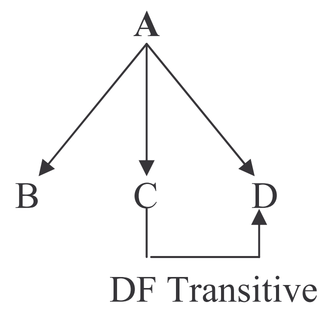
Troisième Forme Normale (3 NF)

Une relation est en 3 NF si et seulement si :

- Elle est en 2 NF
- Elle ne contient pas de DF Transitive entre attributs non clef

Exemple :
ENSEIGNANT(**NUM**, NOM, CATEGORIE, CLASSE, SALAIRE) avec
CATEGORIE, CLASSE → SALAIRE

Graphiquement :



Comment normaliser en 3 NF :

- Isoler la DF transitive dans la nouvelle relation
- Eliminer la cible de la DF de la relation initiale

Exemple :
ENSEIGNEMENT(**NUM**, NOM, CATEGORIE, CLASSE)
SALAIRE(**CATEGORIE, CLASSE**, SALAIRE)

Opération de mise à jour :

- **Modification** : si le salaire d'un MC 1ère classe change, une seule modification
- **Insertion** : on peut stocker le salaire des MC 2ème classe sans avoir d'enseignant dans cette catégorie
- **Suppression** : si le Professeur en classe 2 part, on conserve le salaire des professeurs en classe 2.

Forme Normale de Boyce et Codd (BCNF)

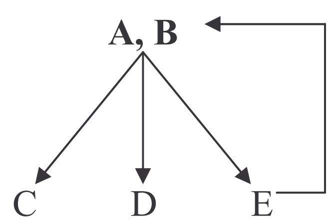
Une relation est en BCNF si et seulement si :

- Elle est en 2 NF
- Toute source de DF est une clef primaire minimale

Remarques :

1. si R est en BCNF alors elle est en 3 NF
   Preuve : Si R est en BCNF alors $\forall$ X tel que X $\rightarrow$ U, X est une clef minimale. Supposons qu'il existe Y, Z $\subset$ U tel que Y $\rightarrow$ Z, mais dans ce cas Y est une clef minimale. On ne peut donc jamais avoir de transitivité avec deux attributs non clef
2. si R est en 3 NF alors elle n'est pas forcément en BCNF
   Preuve : cf. contre exemple ci-dessous.

Graphiquement : relation non BCNF



- Attributs atomiques ➔ 1 NF
- Toutes les DF de source AB sont minimales ➔ 2 NF
- Pas de transitivité entre attribut non clef ➔ 3 NF

Comme E $\rightarrow$ B et que E n'est pas une clef minimale, cette relation n'est pas en BCNF.

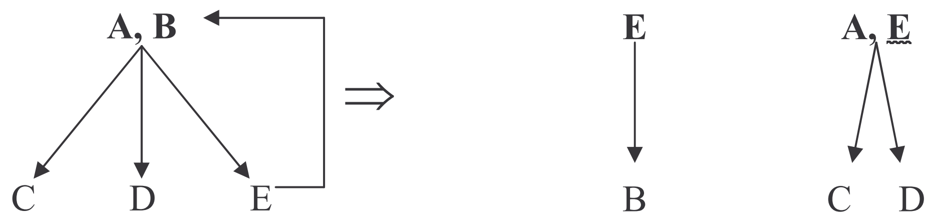
Exemple de relation non BCNF
Soit la relation ADRESSE(**Rue, Lieu-dit, Bureau-Postal**, Code Postal)

- Quelles sont les DF existant dans cette relation ?
- En quelle forme normale est la relation ?

Comment normaliser en BCNF

- Isoler la DF problématique dans une nouvelle relation
- Eliminer la cible de la DF problématique et la remplacer par sa source dans la relation initiale

Graphiquement : relation non BCNF



Exemple :

Théorème de décomposition de Casey-Delobel

A partir de la 2 NF, on normalise en appliquant le théorème suivant.
Théorème de décomposition :
Soit R(X, Y, Z) une relation où X, Y, Z sont des ensembles d'attributs.
Soit X → Y une DF vérifiée dans R. Alors, il existe R1 et R2 deux relations telle que R1(**X**, Y) et R2(**X**, Z) et R = Jointure(R1, R2 / R1.X = R2.X)
La décomposition de R dans les deux relations R1 et R2 est garantie sans perte d'information.